

# **PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA AO MANEJO FLORESTAL SUSTENTÁVEL NA AMAZÔNIA: UMA SOLUÇÃO COMPUTACIONAL DE BAIXO CUSTO**

**Arthur Mendonça de Azevedo**  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

**Daniel Botezelli**  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

**João Victor Neves Loose**  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

## **RESUMO**

Este trabalho propõe um modelo de Programação Linear (PL) para otimizar o manejo florestal sustentável em 184 Unidades de Produção (UPs) na Amazônia, utilizando dados do Inventário Florestal Nacional (IFN) e maximizando o Valor Presente Líquido (VPL) ao longo de 30 anos. O objetivo principal é alocar frações de colheita de forma a equilibrar metas econômicas e ecológicas, considerando restrições como faixas de volume e receita ( $\pm 35\%$ ), lucratividade mínima (60% da receita), variação anual (8%) e regeneração florestal. A metodologia empregou Python com o pacote PuLP e o solver CBC, configurado com limite de 1200 segundos e tolerância de gap de 3%, processando volumes (17,828.47 m<sup>3</sup>) e receitas estimadas com base em preços do IBGE (R\$ 600-800/m<sup>3</sup>). Os resultados indicaram um VPL ótimo de R\$ 1,083,902.46, com volumes anuais entre 192.41 m<sup>3</sup> e 197.27 m<sup>3</sup>, superando a meta de 146.12 m<sup>3</sup>, e lucros decrescendo de R\$ 90,216.21 para R\$ 87,758.64 devido ao aumento de custos. A análise de sensibilidade sugeriu maior VPL com taxa de desconto de 4% e tolerância de 50%, embora com possíveis desvios elevados. Comparado à literatura, o modelo supera a complexidade do *p*-mediana de Silva et al. (2018), oferecendo uma alternativa viável. Concluiu-se que o modelo é uma ferramenta prática e acadêmica para o planejamento florestal, recomendando-se futuras inclusões de custos logísticos e objetivos multiobjetivo, como carbono, para melhor estimativa.

**PALAVRAS-CHAVE.** Manejo Florestal, Programação Linear, Valor Presente Líquido, Otimização.

## 1. Introdução

### 1.1. Contextualização do problema

O desafio de manejar de forma sustentável as florestas da Amazônia envolve equilibrar, na prática, a atividade econômica com a preservação ambiental e o atendimento às exigências legais, uma equação nem sempre simples no contexto amazônico. Em regiões de floresta nativa, como é o caso da Amazônia Ocidental, as normas de exploração madeireira exigem planejamento plurianual, definição de cotas de corte e respeito a períodos de regeneração, buscando evitar a exaustão dos recursos e garantir a manutenção da biodiversidade (FAO, 2015; BRASIL, 2009).

Na prática, o planejamento das atividades de corte é realizado com base na subdivisão da área total em Unidades de Produção (UPs), blocos com área, formato e cobertura florestal semelhantes. Contudo, essa divisão regular não assegura, por si só, estabilidade produtiva. A distribuição espacial das espécies comerciais é altamente heterogênea, o que gera grande variação entre o volume de madeira e o valor econômico disponível por UP. Essa variabilidade compromete a previsibilidade do fluxo de produção e receita ao longo do tempo, além de dificultar a logística e elevar os custos operacionais (VERÍSSIMO et al., 1995; SILVA et al., 2018).

O estudo de Silva et al. (2018) analisou essa disparidade ao examinar 4.237 árvores em 1.057 hectares na Amazônia, constatando variações superiores a 50% de volume entre UPs adjacentes. Para mitigar tais desequilíbrios, os autores utilizaram um modelo de otimização baseado em p-medianas, que reorganiza espacialmente os blocos produtivos a fim de equalizar a distribuição de recursos. Embora eficaz, esse tipo de abordagem demanda elevado custo computacional, além de exigir formulações complexas e não lineares que dificultam a adoção prática. Além disso, implementou-se um modelo de Programação Linear (PL) mais simples e computacionalmente menos custoso.

Diante disso, o presente trabalho propõe uma alternativa mais leve, flexível e acessível, voltada ao planejamento temporal, não espacial, da colheita. Utilizando dados reais do Inventário Florestal Nacional (IFN) disponibilizados pelo Serviço Florestal Brasileiro (SFB, 2024), formulou-se um modelo de Programação Linear (PL) contínua, com o objetivo de alocar de forma fracionada e distribuída as UPs ao longo de um horizonte de 30 anos, compatível com ciclos típicos de regeneração florestal (PINHEIRO et al., 2022). O modelo busca maximizar o Valor Presente Líquido (VPL) da exploração, ao mesmo tempo em que impõe restrições ecológicas e operacionais, como: faixas toleráveis de volume e receita anuais ( $\pm 35\%$ ), limite de intensidade de colheita por UP (25% ao ano), lucratividade mínima (60% da receita), e mecanismos de penalização para desvios excessivos e variações abruptas entre anos consecutivos.

Essa abordagem permite simular um plano de corte mais estável, previsível e financeiramente viável, respeitando os princípios de sustentabilidade e pensando na realidade de quem vive do manejo florestal, concessionárias florestais ou comunidades extrativistas (SOUZA JR. et al., 2006; LENTINI et al., 2005). Além disso, por utilizar ferramentas computacionais de código aberto (Python + PuLP), o modelo se torna replicável e acessível a instituições públicas e privadas que atuam na gestão de florestas tropicais.

### 1.2. Justificativa e relevância

Em termos de relevância acadêmica, esse projeto visa ilustrar que com conceitos básicos de PL, é possível resolver um problema real, mesmo que com modelos não tão complexos. De forma prática, mesmo que simplificado, o modelo consegue auxiliar na previsão de produções e receitas com confiabilidade aceitável. No âmbito social, uma exploração madeireira mais previsível reduz pressões sobre áreas sensíveis, promovendo estabilidade de empregos locais e reforçando o viés de sustentabilidade do setor.

### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo geral

Formular e aplicar um modelo linear simples em uma situação real de alocação de produção anual de uma área florestal, maximizando o VPL enquanto equilibra volume, renda e sustentabilidade entre as UPs.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

Dentre os objetivos específicos, este projeto propõe:

- Definir variáveis de decisão contínuas que representem a fração de cada bloco de floresta a ser colhida em cada ano;
- Estabelecer restrições lineares que limitem volume, renda e custos anuais dentro de faixas aceitáveis, incorporando variação mínima entre anos e períodos de regeneração
- Implementar o modelo em um solver de PL (Python+PuLP), analisando cenários com diferentes metas de volume e taxas de desconto;
- Avaliar os resultados obtidos por meio de indicadores, tais como desvio percentual, tempo de solução e análise de sensibilidade dos parâmetros do problema.

## 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1. Um breve histórico de modelagem em Otimização Linear

A programação linear (PL) surgiu no final da década de 1930, quando Leonid Kantorovich propôs métodos para racionalizar a produção da economia soviética. Embora seminal, esse trabalho permaneceu pouco conhecido fora da União Soviética até a década de 1960. O avanço decisivo ocorreu em 1947, quando Dantzig, (1963) introduziu o método Simplex, que se tornaria o algoritmo padrão para resolver problemas lineares de grande escala. Neste trabalho, Dantzig (1963) formalizou tanto o modelo matemático quanto aspectos de dualidade e análise de sensibilidade. Durante mais de três décadas, o Simplex reinou como a abordagem prática dominante. Entretanto, seu tempo de execução em teoria era exponencial no pior caso, e persistia a dúvida sobre a existência de algoritmos polinomiais para PL. Essa questão foi resolvida por Leonid Khachiyan, que apresentou em 1979 o método do elipsoide, provando a existência de uma solução em tempo polinomial. Essa solução foi analisada na mesma época por Aspvall e Stone (1980). Apesar de não competitivo em ambientes computacionais reais, o resultado abriu um novo campo de pesquisa na interface entre otimização e complexidade computacional.

A lacuna entre teoria e prática foi fechada poucos anos depois, quando Karmarkar (1984) apresentou o primeiro método de pontos interiores com bom desempenho prático e garantia polinomial. Essa inovação desencadeou uma corrida tecnológica que culminou em *solvers* comerciais de alta performance (por exemplo, CPLEX, Gurobi) e alternativas de código aberto (COIN-OR, GLPK), além de interfaces modernas em Python (PuLP, Pyomo). Durante a maturação dessa fase, obras de síntese passaram a integrar teoria, algoritmos e modelagem. Um exemplo muito conhecido é o livro apresentado por Bertsimas e Tsitsiklis (1997), que se tornou referência ao cobrir rigorosamente dualidade, análise de sensibilidade e formulação em redes, servindo de manual para engenheiros e cientistas de dados. Esses fundamentos dão suporte a aplicações que vão de finanças e logística à área florestal, na qual a PL foi recentemente empregada por Silva et al. (2018) para regularizar produção madeireira na Amazônia.

Em síntese, a evolução da PL revela um desenvolvimento teórico robusto e algoritmos cada vez mais eficientes, demonstrando que problemas originalmente considerados difíceis podem ser tratados de forma prática. Neste contexto de base consolidada, o presente projeto apresenta a formulação de um modelo linear simplificado para a alocação de produção em UPs florestais.

### 2.2. Aplicações semelhantes

A produção recente mostra que, mesmo sem recorrer a variáveis inteiras, modelos de programação linear é capaz de apoiar decisões de planejamento em vários cenários ligados a recursos naturais.

Como primeira aplicação, pode-se citar o manejo florestal de curta duração. Neste caso, trabalhando com povoamentos de carvalho-coppice na Grécia, Galatsidas et al. (2013) construíram dois modelos lineares de horizonte múltiplo para sincronizar corte e produção de lenha ao longo de quinze anos. O objetivo principal era maximizar o volume anual, mas o ponto interessante é que restrições bastante simples, tais como área disponível e idade das talhadas, já bastaram para manter o fluxo de biomassa estável, algo que outros autores só tinham alcançado com formulações bem mais complexas. Por outro lado, Hirigoyen et al. (2021) aplicaram no Uruguai um modelo linear (com pequena porção inteira) às plantações de eucalipto, de olho em três frentes: preço da madeira, receita de créditos de carbono e valor presente líquido. Eles mostraram que metas de sequestro de carbono podem ser atingidas praticamente sem sacrificar rentabilidade. Em seus resultados, a perda econômica ficou em torno de 3%, valor considerado aceitável pelos gestores.

Dentre outras aplicações, pôde-se citar o agendamento operacional com restrições espaciais, e a gestão de qualidade da água. No primeiro, Arora et al. (2023) foram além do plano estratégico e modelou o dia a dia das frentes de colheita. Usaram um MILP para ordenar operações, respeitando precedência entre etapas e janelas climáticas. Embora haja binários na formulação, o coração do problema, o fluxo de madeira por período, permanece estritamente linear, reforçando a versatilidade da PL em contextos operacionais. No entanto, no segundo, fora da área florestal,

Revelle et al. (1968) empregou programação linear no controle de efluentes em bacias hidrográficas. O modelo minimizou o custo total de tratamento enquanto atendia limites de carga poluente em cada trecho do rio, demonstrando como metas ambientais podem ser traduzidas em restrições de balanço perfeitamente lineares.

Tomados em conjunto, esses trabalhos mencionados apontam para muitas decisões estratégicas, tais como: volume anual, receita mínima, metas ambientais. Ainda, cabem em restrições lineares sem perda de realismo. Adicionalmente, a análise de sensibilidade provida pela dualidade continua valiosa, mesmo quando o modelo é enxuto, como é o caso desse projeto.

### **2.3. Fundamentação teórica dos conceitos-chave**

A formulação de um modelo de programação linear parte da definição explícita de três elementos básicos: variáveis de decisão, restrições e função-objetivo. O rigor com que esses componentes são estabelecidos determina não apenas a fidelidade do modelo ao sistema real, mas também a eficiência computacional alcançada na etapa de solução (Bertsimas; Tsitsiklis, 1997).

As variáveis de decisão, representam as escolhas que o tomador de decisão pode ajustar. Em problemas contínuos, cada variável assume valores reais dentro de um intervalo fechado; em modelos inteiros ou mistos, tais valores são limitados a subconjuntos discretos. No contexto deste trabalho, as variáveis descrevem frações de área (ou de volume inventariado) a serem colhidas por Unidade de Produção (UP) em cada período. Optou-se por variáveis contínuas para manter a linearidade do modelo e, ao mesmo tempo, permitir interpretações diretas em termos de percentuais de colheita.

As restrições, por sua vez, constroem o espaço de soluções factíveis, refletindo limites físicos, econômicos ou legais. Em programação linear, essas restrições aparecem como igualdades ou desigualdades lineares. Dois subconjuntos são particularmente relevantes, as restrições de balanço e as de capacidade ou norma. As primeiras garantem conservação de estoque ou fluxo, ou seja, a soma das frações colhidas não deve exceder o volume total disponível. Por outro lado, as segundas impõem tetos e pisos a variáveis ou combinações delas, ou seja, metas mínimas e máximas de produção ou de receita. Para problemas multianuais no setor florestal, acrescentam-se restrições intertemporais que ligam decisões de diferentes períodos. Mesmo em um modelo sem variáveis inteiras, essas ligações mantêm-se lineares quando se usa o estoque como variável de estado (Wagner; Whitin, 1958).

Por fim, a função-objetivo tem a meta de otimizar. Ela pode ser expressa como maximização de receita, minimização de custos ou, como neste projeto, maximização do VPL com penalidades por desvios e variações. A linearidade da função-objetivo assegura convexidade do problema e, portanto, garante que qualquer solução ótima esteja em um vértice da região factível. Essa propriedade é a base teórica do método Simplex e do método dos pontos interiores (Dantzig (1963) e Karmarkar (1984)).

Em aplicações práticas, convém avaliar métricas de sensibilidade ligadas aos multiplicadores de Lagrange. Esses multiplicadores indicam a variação marginal da função-objetivo quando um limite de restrição é relaxado em uma unidade, oferecendo informações valiosas para análise de *trade-offs* e negociação de metas (Bazaraa et al., 2009). Com base nesses três pilares, variáveis de decisão bem definidas, restrições lineares representativas e uma função-objetivo alinhada aos interesses do gestor, é possível construir um modelo enxuto, de rápida solução, mas ainda capaz de capturar as principais interdependências presentes no planejamento de UPs florestais.

### 3. Formulação do Modelo

#### 3.1. Descrição do problema

O manejo florestal sustentável na Amazônia esbarra em dois obstáculos nada triviais: a grande diversidade de espécies que crescem lado a lado e a variação brusca de volume de madeira de uma área para outra. Em certos casos, esse descompasso chega a ultrapassar 50 % entre Unidades de Produção (UPs), como mostraram Silva et al. (2018). Quando isso acontece, o plano de corte fica mais caro e imprevisível, porque os gestores precisam deslocar equipes e máquinas para regiões muito diferentes, sem saber ao certo quanto irão extrair nem qual será a receita no fim do ano. No estudo de Silva et al. (2018), por exemplo, o talhão analisado reunia 4,237 árvores comerciais espalhadas por 1,057.4 ha, resultando em cerca de 25,400 m<sup>3</sup> de toras.

Neste trabalho, os autores atacaram o mesmo problema, mas de forma mais enxuta. Utilizou-se um modelo de programação linear alimentado pelos dados do Inventário Florestal Nacional (IFN-Acre) publicados pelo Serviço Florestal Brasileiro (2024). O conjunto amostrado reúne 27,835 árvores comerciais distribuídas em 175.35 ha, totalizando 17,828.47 m<sup>3</sup> de madeira. Para chegar a esses números, implementou-se um script em Python (Anexo A) que calcula o volume individual de cada árvore com DAP ≥ 10 cm, ignorando exemplares mortos, por meio da equação de Schumacher-Hall (Bailey, 1994), parametrizada para a Amazônia (a = 0,000057; b = 2,0; c = 0,84). A equação Schumacher-Hall é dada por:

$$V = a \cdot \text{DAP}^b \cdot H^c \quad (1)$$

onde  $V$  é o volume em m<sup>3</sup>, DAP é o diâmetro na altura do peito em cm, e  $H$  e a altura da árvore em m. Por meio da Eq. (1), estimou-se o volume total de madeira, resultando nos valores apresentados na Tabela A.1. do Anexo A.

Além do cálculo de volume de madeira, foi necessário estimar os preços de madeira por metro cúbico, que variou entre R\$600,00 e R\$800,00. Para tanto, utilizou-se a base de dados do Programa de Estatísticas da Produção Vegetal Extrativa (PEVS) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2023). Essas informações foram organizadas para cada UP, listando as espécies, o volume total (m<sup>3</sup>), o número de árvores, o preço por m<sup>3</sup> e o valor estimado (R\$). Para o processamento dessas informações, os autores utilizaram o *script* em Python (Anexo B). A Tabela B.1. apresenta um extrato desses dados processados.

Com relação ao problema a ser resolvido neste trabalho, os autores decidiram alocar a colheita de madeira ao longo de um horizonte de planejamento de 30 anos, alinhado com ciclos de regeneração típicos da Amazônia. Com isso, a intenção foi garantir volumes e receitas anuais estáveis, respeitando restrições econômicas, ambientais e legais. Especificamente, o modelo de otimização, descrito em detalhes na Seção 3.2, busca maximizar o VPL, considerando penalidades por desvios do volume meta e variações excessivas, enquanto mantém a receita anual dentro de uma faixa de ±35% de uma meta de receita, estimada com base no valor total das UPs. Adicionalmente, com relação às limitações, julgou-se interessante incorporar restrições de sustentabilidade, limitando a colheita a uma intensidade máxima anual por UP, períodos de regeneração e lucratividade mínima, garantindo variações realistas entre anos para simular flutuações ambientais e de mercado.

#### 3.2. Definições

As seções a seguir apresentam as definições para os conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função-objetivo e restrições.

##### 3.2.1. Conjuntos

A Tabela 1 apresenta os conjuntos definidos que foram considerados neste projeto.

Tabela 1. Conjuntos do modelo de otimização linear

Conjunto	Descrição
$U$	Conjunto de Unidade de Produção (UPs), com índice $u \mid u = \{1, 2, 3, \dots\}$ .
$T$	Conjunto de anos no horizonte de planejamento, $T = \{1, 2, 3, \dots, H\}$ , onde $H = 30$ .

### 3.2.2. Parâmetros

A Tabela 2 apresenta os parâmetros utilizados por este trabalho.

Tabela 2. Parâmetros do modelo de otimização linear

Parâmetro	Unidade	Descrição
$V_u$	$m^3$	Volume total de madeira disponível e inventariado na UP $u \in U$ .
$R_u$	R\$	Receita associada à colheita da UP $u \in U$ .
$C_u$	R\$/ano	Custo variável estimado por $m^3$ da UP $u \in U$ .
$V$	$m^3$ /ano	Meta de volume anual de colheita.
$R$	R\$/ano	Meta de receita anual de colheita.
$\alpha$	-	Tolerância de variação da receita anual (35%).
$\delta$	-	Taxa de desconto (8%).
$\gamma$	-	Variação mínima entre anos consecutivos (8%).
$f$	-	Fração anual por UP (25%).
$p_u$	R\$	Preço médio por metro cúbico da UP $u \in U$ .
$H$	anos	Horizonte de planejamento (30 anos).

A receita associada à colheita ( $R_u$ ) é dada por:

$$R_u = V_u p_u \quad (2)$$

A meta de volume anual ( $V$ ) é calculada como:

$$V = \frac{\sum_{u \in U} V_u \cdot f}{H} \quad (3)$$

A meta de receita anual ( $R$ ) é calculada de forma similar,

$$R = \frac{\sum_{u \in U} R_u \cdot f}{H} \quad (4)$$

### 3.2.3. Variáveis de decisão

A Tabela 3 apresenta as variáveis de decisão para solução do modelo de otimização linear.

Tabela 3. Variáveis de decisão do modelo de otimização linear

Variável	Domínio	Interpretação
$x_{u,t}$	[0,1]	Variável contínua que indica a fração da UP $u \in U$ colhida no ano $t \in T$ .
$d_t^+$	$\geq 0$	Desvio positivo do volume meta no ano $t$ .
$d_t^-$	$\geq 0$	Desvio negativo do volume meta no ano $t$ .
$v_t$	$\geq 0$	Volume colhido no ano $t$ .
$r_t$	$\geq 0$	Receita no ano $t$ .

$c_t$	$\geq 0$	Custo no ano $t$ .
$\Delta v_t$	$\geq 0$	Desvio absoluto de volume entre anos $t$ e $t - 1$ .

As variáveis  $x_{u,t}$  são contínuas para permitir a divisão fracionada das UPs ao longo dos anos, mantendo a linearidade do modelo.

### 3.2.4. Função-objetivo

A função objetivo constitui o elemento central do modelo, com o propósito de maximizar o VPL do manejo florestal, incorporando mecanismos de penalização para mitigar desvios em relação à meta de volume e variações excessivas entre períodos anuais. Essa abordagem permite descontar fluxos futuros de receita, deduzir custos associados e aplicar sanções a inconsistências volumétricas ou flutuações abruptas, promovendo um equilíbrio entre rentabilidade econômica e estabilidade operacional. No contexto acadêmico, tal formulação reflete *trade-offs* inerentes ao planejamento sustentável, onde a uniformidade excessiva é evitada para simular incertezas ambientais e mercadológicas, resultando em estratégias mais robustas e alinhadas às dinâmicas ecológicas da Amazônia.

$$\max Z = \sum_{t \in H} \frac{r_t - c_t - 0.01(d_t^+ + d_t^-)}{(1 + \delta)^{t-1}} - 0.05 \sum_{t \in H} (d_t^+ + d_t^-) - 0.02 \sum_{t=2}^H \Delta v_t \quad (5)$$

Para a função-objetivo,  $Z$  tem unidade em Reais (R\$). O sentido é de maximização, priorizando lucratividade com estabilidade. O termo  $0.01(d_t^+ + d_t^-)$  constitui uma penalidade moderada (coeficiente 0.01) aplicada aos desvios absolutos do volume meta no período  $t$ . Essa correção anual, integrada ao fluxo descontado, desestimula oscilações volumétricas, contribuindo para a consistência operacional sem dominar a estrutura econômica do modelo. O termo  $(1 + \delta)^{t-1}$  representa fator de desconto temporal ajusta os fluxos futuros ao valor presente. Essa componente incorpora o custo de oportunidade do capital e a aversão ao risco, enfatizando preferências por retornos mais imediatos em cenários de incerteza ambiental. O termo  $0.05 \sum_{t \in H} (d_t^+ + d_t^-)$  representa a penalidade principal ( $\varphi = 0.05$ ) sobre a soma acumulada de desvios absolutos ao longo do horizonte. Essa subtração do VPL global reforça a adesão às metas volumétricas, simulando custos indiretos associados a planejamento irregular, como reajustes logísticos ou impactos regulatórios. Por fim, o termo  $0.02 \sum_{t=2}^H \Delta v_t$  impõe uma penalidade sobre a soma das variações absolutas de volume entre períodos consecutivos. Essa restrição introduz realismo ao desincentivar homogeneidade excessiva, capturando efeitos de variáveis exógenas como condições climáticas ou demandas de mercado, e fomentando adaptações graduais no plano de colheita.

### 3.2.5. Restrições

Definiu-se as seguintes restrições para o problema real de otimização linear em estudo:

#### 1. Definições:

Essas restrições de definições são as equações que calculam o volume  $v_t$ , a receita  $r_t$  e o custo  $c_t$  colhidos em cada ano  $t$  como somas ponderadas nas frações colhidas  $x_{u,t}$  multiplicadas pelos parâmetros respectivos de cada UP  $u \in U$ . Elas garantem que os valores agregados reflitam as decisões de colheita, servindo como base para o balanço econômico e operacional do modelo.

$$v_t = \sum V_u x_{u,t} \quad (6)$$

$$r_t = \sum R_u x_{u,t} \quad (7)$$

$$c_t = \sum C_u V_u x_{u,t} \quad (8)$$

## 2. Desvios:

As restrições de desvios linearizam o desvio absoluto do volume colhido em relação à meta. Elas são decompostas em componentes positivos e negativos. Isso permite penalizar desvios na função objetivo sem introduzir não linearidades, promovendo estabilidade na produção anual.

$$v_t - V = d_t^+ - d_t^- \quad (9)$$

## 3. Faixas:

As restrições de faixas definem intervalos assimétricos para volume e receita, permitindo maior flexibilidade para reduções simulando cenários reais onde subprodução é mais tolerável do que superprodução para evitar exaustão de recursos.

$$v_t \geq V(1-1.2\alpha), v_t \leq V(1+\alpha) \quad (10)$$

$$r_t \geq V(1-1.2\alpha), r_t \leq R(1+\alpha) \quad (11)$$

## 4. Lucratividade:

A restrição de lucratividade assegura que o lucro líquido seja pelo menos 60% da receita em cada ano, impondo um piso de rentabilidade que reflete requisitos econômicos mínimos para viabilidade operacional e financeira do manejo.

$$r_t - c_t \geq 0.6r_t \quad (12)$$

## 5. Variação:

As restrições de variação forçam desvios absolutos entre volumes de anos consecutivos a ficarem dentro de um intervalo mínimo ( $\gamma V$ ) e máximo ( $3\gamma V$ ), introduzindo flutuações realistas que simulam incertezas ambientais, de mercado ou operacionais, evitando planos excessivamente uniformes.

$$\Delta v_t \geq |v_t - v_{t-1}| \geq \gamma V, \Delta v_t \leq 3\gamma V \quad (13)$$

## 6. Exaustão:

A restrição de exaustão limita a soma das frações colhidas de cada UP ao longo do horizonte a no máximo 1, prevenindo superexploração total e garantindo que o estoque não seja completamente esgotado, alinhando-se a princípios de sustentabilidade.

$$\sum x_{u,t} \leq 1 \quad (14)$$

## 7. Intensidade:

A restrição de intensidade capta a fração colhida por UP em cada ano a um máximo, representando cortes seletivos que evitam impactos ambientais intensos em curto prazo, como erosão ou perda de biodiversidade.

$$x_{u,t} \leq f \quad (15)$$

#### 8. Regeneração:

As restrições de regeneração impedem colheitas intensas em anos consecutivos, limitando a soma de frações em janelas de 1 a 4 anos subsequentes, para permitir tempo de recuperação florestal, simulando ciclos naturais de regeneração na Amazônia.

$$x_{u,t} + x_{u,t+k} \leq f + 0.1, k = 1, \dots, 4 \quad (16)$$

### 3.3. Simplificações e premissas adotadas

A seguir são apresentadas as simplificações e premissas adotadas pelos autores para a solução do problema real de otimização linear proposto.

#### i. Variáveis Contínuas para Frações de Colheita:

No modelo, as frações de colheita foram tratadas como variáveis contínuas, permitindo uma divisão flexível das UPs ao longo do tempo, o que preserva a linearidade e facilita a resolução computacional. Embora isso não reflita perfeitamente as indivisibilidades do mundo real, onde operações de corte são mais discretas, essa abordagem pode ser ajustada posteriormente com arredondamentos manuais para alinhar com práticas operacionais.

#### ii. Custos Variáveis Estimados:

Os custos foram calculados a partir de uma base de R\$ 150.00 por m<sup>3</sup>, incorporando variações aleatórias de  $\pm$  R\$ 30.00 e um acréscimo de 10% em UPs com maior densidade de árvores, visando capturar diferenças na complexidade da extração. Essa estimativa exclui custos fixos e sazonais, priorizando uma visão simplificada que destaca os impactos variáveis no planejamento econômico.

#### iii. Horizonte de 30 Anos:

Determinou-se um horizonte de planejamento de 30 anos para coincidir com os ciclos típicos de regeneração florestal na região, assumindo que o crescimento residual é mínimo e que eventos disruptivos, como incêndios ou mudanças climáticas extremas, não interferem de forma significativa. Essa premissa facilita a modelagem de longo prazo, mas sugere a necessidade de revisões periódicas em cenários reais.

#### iv. Penalidades e Taxa de Desconto:

Considerou-se uma taxa de desconto de 8% para refletir considerações financeiras realistas, como o custo de oportunidade do capital, enquanto as penalidades por desvios (0,05) e variações (0,02) foram definidas de modo arbitrário para equilibrar *trade-offs* entre estabilidade e lucratividade. Esses valores, embora sensíveis a ajustes, ajudam a promover planos mais robustos frente a flutuações.

#### v. Ausência de Dependências Espaciais:

Para manter o foco na alocação temporal, optou-se por omitir dependências espaciais entre UPs, como proximidade geográfica ou custos logísticos variáveis por localização, o que simplifica o modelo, mas pode limitar sua precisão em contextos em que o transporte e a contiguidade influenciam decisões operacionais.

#### 4. Método de Resolução e Implementação Computacional

A resolução do modelo proposto foi realizada utilizando a linguagem de programação Python, com o pacote PuLP, uma interface amplamente reconhecida para integração com solvers de programação linear e inteira. Optou-se pelo solver CBC (*Coin-or Branch and Cut*), configurado com uma abordagem híbrida que incorpora o algoritmo de pontos interiores, adequado para problemas de grande escala como este, abrangendo 184 Unidades de Produção (UPs) ao longo de 30 anos. A escolha do CBC deve-se à sua robustez e disponibilidade gratuita, parametrizado com um limite de tempo de 1200 segundos e uma tolerância de gap relativo de 3%, assegurando soluções viáveis diante da complexidade computacional. A implementação seguiu uma estrutura modular no script Python, refletindo um processo metodológico. Inicialmente, os dados do arquivo "boletim\_madeira\_acre\_com\_precos.csv" (Anexo C) foram carregados via pandas, agregando volumes, receitas e estimativas de custos por UP com base em densidade arbórea. A função *setup\_parameters* definiu parâmetros realistas, estabelecendo uma meta de volume de 146.12 m<sup>3</sup>/ano e uma meta de receita de R\$ 89,279.66/ano, derivadas de uma intensidade sustentável de 25 m<sup>3</sup>/ha distribuída por 175.35 hectares ao longo de 30 anos.

O modelo foi construído com variáveis contínuas ( $x_{u,t}$ ) e auxiliares (volume, receita, custo, desvios), incorporando restrições como faixas flexíveis ( $\pm 35\%$ ), variação mínima de 8% entre anos e períodos de regeneração para simular condições ecológicas. O solver foi executado com verificação de viabilidade, relaxando, quando necessário, restrições de regeneração ou variação máxima, e os resultados foram exportados para "resultados\_manejo\_deterministic.csv" para análise posterior. O processo incluiu a configuração do problema como uma maximização do VPL, com penalidades por desvios e variações, suportada por um sistema de *logging* para monitoramento em tempo real. A flexibilidade do código permite ajustes em parâmetros como taxa de desconto (8%) e intensidade máxima anual (25%), adaptando-se às particularidades do manejo amazônico e oferecendo uma base para análises futuras.

## 5. Resultados

### 5.1. Resultados iniciais

A aplicação do modelo de otimização com base nos dados do arquivo “boletim\_madeira\_acre\_com\_precos.csv” (Anexo C) proporcionou uma análise detalhada do manejo florestal sustentável na Amazônia, abrangendo 184 UPs ao longo de 30 anos. A execução do script Python (Anexo C) com o solver CBC, configurado para maximizar o VPL ajustado, resultou em um **valor ótimo de R\$ 1,083,902.46**, refletindo um equilíbrio entre ganhos econômicos e restrições ambientais. Essa solução foi obtida com uma taxa de desconto fixa de 8% e uma intensidade máxima de colheita por UP limitada a 25% anualmente, parâmetros alinhados às condições locais. A Tabela 4 apresenta os resultados anuais, incluindo volume colhido, receita, custo, lucro e desvio em relação à meta de volume de 146,12 m<sup>3</sup>/ano.

Tabela 4. Resultados anuais relativos à meta de volume.

Ano	Volume (m <sup>3</sup> )	Meta Volume (m <sup>3</sup> )	Receita (R\$)	Meta Receita (R\$)	Custo (R\$)	Lucro (R\$)	Desvio Volume (m <sup>3</sup> )
1	192.41	146.12	120527.54	89279.66	30311.33	90216.21	46.29
2	192.41	146.12	120527.54	89279.66	30311.33	90216.21	46.29
3	192.42	146.12	120527.54	89279.66	30311.47	90216.07	46.29
4	192.52	146.12	120527.54	89279.66	30320.9	90206.64	46.39
5	192.64	146.12	120527.54	89279.66	30384.45	90143.09	46.52
6	193.66	146.12	120527.54	89279.66	30631.52	89896.02	47.53
7	194.61	146.12	120527.54	89279.66	31373.46	89154.08	48.48
8	194.14	146.12	120527.54	89279.66	31625.64	88901.9	48.01
9	194.49	146.12	120527.54	89279.66	31634.96	88892.58	48.36
10	194.86	146.12	120527.54	89279.66	31674.38	88853.16	48.73
11	195.13	146.12	120527.54	89279.66	31792.57	88734.97	49
12	195.96	146.12	120527.54	89279.66	31897.9	88629.64	49.84
13	197.07	146.12	120527.54	89279.66	31988	88539.54	50.95
14	197.27	146.12	120527.54	89279.66	32128.66	88398.88	51.14
15	197.27	146.12	120527.54	89279.66	32206.99	88320.55	51.14
16	196.8	146.12	120527.54	89279.66	32244.22	88283.32	50.68
17	196.18	146.12	120527.54	89279.66	32304.46	88223.08	50.06
18	195.92	146.12	120527.54	89279.66	32367.13	88160.41	49.8
19	196.15	146.12	120527.54	89279.66	32403.79	88123.75	50.02
20	194.84	146.12	120527.54	89279.66	32471.04	88056.5	48.72
21	195.6	146.12	120527.54	89279.66	32558.82	87968.72	49.47
22	195.99	146.12	120527.54	89279.66	32596.28	87931.26	49.86
23	195.8	146.12	120527.54	89279.66	32620.67	87906.87	49.67
24	195.41	146.12	120527.54	89279.66	32647.19	87880.35	49.29
25	195.62	146.12	120527.54	89279.66	32676.78	87850.76	49.49
26	194.68	146.12	120527.54	89279.66	32737.52	87790.02	48.55
27	194.61	146.12	120527.54	89279.66	32747.64	87779.9	48.48
28	194.61	146.12	120527.54	89279.66	32747.76	87779.78	48.48
29	194.33	146.12	120527.54	89279.66	32756.59	87770.95	48.21
30	194.3	146.12	120527.54	89279.66	32768.9	87758.64	48.17

A Figura 1 apresenta um gráfico de dispersão comparando volume e receita anuais. Os dados iniciam em 192.41 m<sup>3</sup> e R\$ 120,527.54 (anos 1-4), decrescem para 194.30 m<sup>3</sup> no ano 30, permanecendo dentro das faixas, exceto por picos iniciais que indicam adaptação do modelo às condições de colheita.

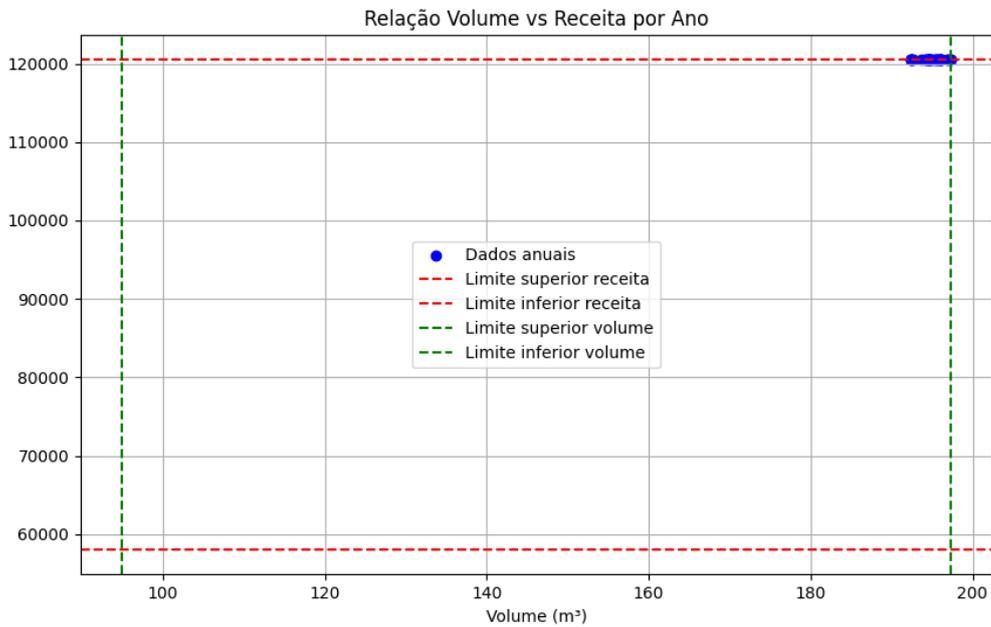


Figura 1. Gráfico de dispersão para comparar volume com receita anuais.

Por outro lado, a Figura 2 exibe a evolução do lucro anual, com a média de R\$ 89,280.14 como referência. O lucro começa em R\$ 90,216.21 (ano 1), estabiliza até o ano 4, e declina para R\$ 87,758.64 (ano 30), acompanhando o aumento de custos de R\$ 30,311.33 para R\$ 32,768.90, refletindo o desgaste natural das UPs.

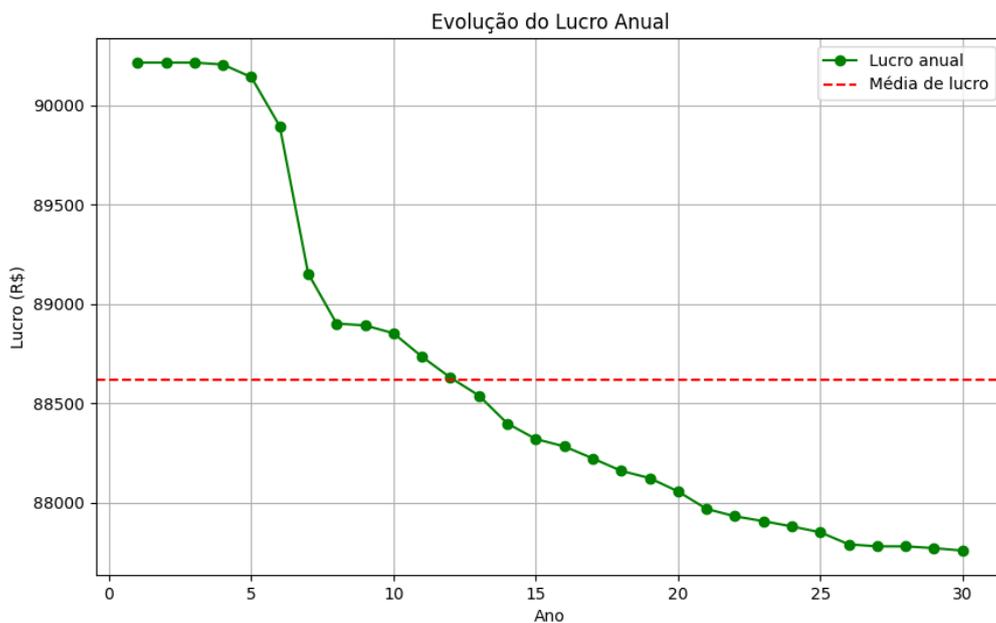


Figura 2. Gráfico de evolução do lucro ao longo dos anos.

## 5.2. Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade constitui uma etapa fundamental na validação de modelos de otimização, permitindo avaliar a robustez das soluções frente a variações nos parâmetros de entrada. Neste estudo, os autores focaram em dois parâmetros específicos do modelo de manejo florestal sustentável: a taxa de desconto ( $\delta$ ) e a tolerância de variação ( $\alpha$ ).

Inicialmente, a taxa de desconto, que ajusta os fluxos futuros ao valor presente, foi alterada de seu valor base de 8% para 4%, refletindo um cenário de menor custo de oportunidade do capital ou maior confiança em retornos a longo prazo ao longo do horizonte de 30 anos. Esse ajuste visa examinar como uma redução no desconto temporal impacta o VPL e os indicadores operacionais, como volume colhido, receita, custo, lucro e desvio em relação à meta. Espera-se que uma taxa de 4% eleve o VPL, dado o menor desconto aplicado aos fluxos futuros, potencialmente aumentando a atratividade econômica do plano. No entanto, isso pode também amplificar os desvios volumétricos se o modelo priorizar ganhos a longo prazo em detrimento da estabilidade anual, dependendo das restrições de variação mínima (8%).

Tabela 5 apresenta os resultados para o primeiro cenário,  $\delta = 4\%$ . Neste, o valor ótimo do VPL ajustado encontrado foi de **R\$ 1,598,610.85**, obtendo um aumento de **47.5%**. A Figura 3 apresenta o gráfico de evolução do lucro ao longo dos anos para este primeiro cenário de variação da taxa de desconto ( $\delta$ ).

Tabela 5. Resultados anuais relativos à meta de volume com  $\delta = 4\%$ .

Ano	Volume (m <sup>3</sup> )	Meta Volume (m <sup>3</sup> )	Receita (R\$)	Meta Receita (R\$)	Custo (R\$)	Lucro (R\$)	Desvio Volume (m <sup>3</sup> )
1	192.41	146.12	120527.54	89279.66	30311.32	90216.22	46.28
2	192.41	146.12	120527.54	89279.66	30311.33	90216.21	46.29
3	192.42	146.12	120527.54	89279.66	30311.46	90216.08	46.29
4	192.55	146.12	120527.54	89279.66	30321.51	90206.02	46.43
5	192.62	146.12	120527.54	89279.66	30388.18	90139.36	46.5
6	193.68	146.12	120527.54	89279.66	30633.01	89894.53	47.55
7	194.59	146.12	120527.54	89279.66	31364.79	89162.74	48.46
8	194.15	146.12	120527.54	89279.66	31624.27	88903.27	48.03
9	194.5	146.12	120527.54	89279.66	31635.97	88891.57	48.37
10	195.05	146.12	120527.54	89279.66	31682.17	88845.37	48.93
11	195.11	146.12	120527.54	89279.66	31798.59	88728.95	48.98
12	195.92	146.12	120527.54	89279.66	31895.44	88632.1	49.79
13	197.06	146.12	120527.54	89279.66	31978.56	88548.98	50.94
14	197.27	146.12	120527.54	89279.66	32114.03	88413.5	51.14
15	197.27	146.12	120527.54	89279.66	32208.39	88319.15	51.14
16	196.54	146.12	120527.54	89279.66	32258.54	88269	50.41
17	196.17	146.12	120527.54	89279.66	32305.85	88221.68	50.05
18	195.95	146.12	120527.54	89279.66	32365.85	88161.69	49.83
19	196.13	146.12	120527.54	89279.66	32402.01	88125.53	50.01
20	194.87	146.12	120527.54	89279.66	32473.61	88053.93	48.75
21	195.6	146.12	120527.54	89279.66	32558.82	87968.72	49.47
22	195.99	146.12	120527.54	89279.66	32596.28	87931.26	49.86
23	195.73	146.12	120527.54	89279.66	32620.88	87906.66	49.6
24	195.48	146.12	120527.54	89279.66	32645.75	87881.79	49.36
25	195.34	146.12	120527.54	89279.66	32691.29	87836.25	49.22
26	194.65	146.12	120527.54	89279.66	32738.9	87788.64	48.52

27	194.54	146.12	120527.54	89279.66	32748.16	87779.38	48.42
28	194.54	146.12	120527.54	89279.66	32748.52	87779.02	48.42
29	194.54	146.12	120527.54	89279.66	32748.52	87779.02	48.42
30	194.4	146.12	120527.54	89279.66	32755.97	87771.57	48.27

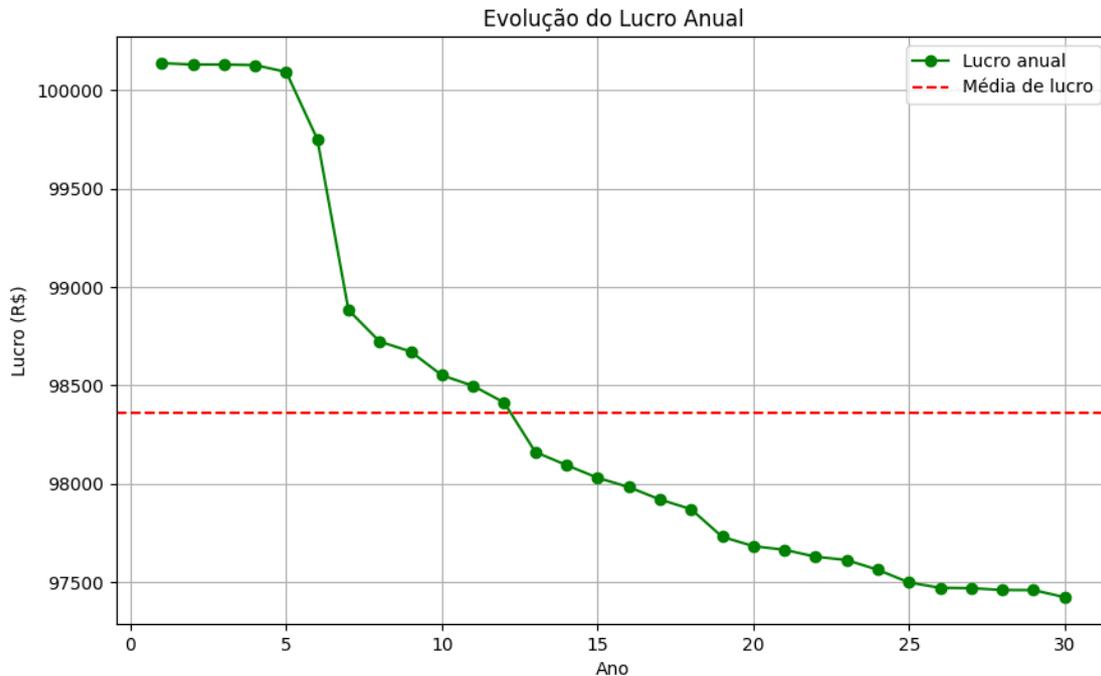


Figura 3. Gráfico de evolução do lucro ao longo dos anos variando a taxa de desconto ( $\delta$ ).

Adicionalmente, a tolerância ( $\alpha$ ), originalmente fixada em 35%, foi elevada para 50% em outro cenário, ampliando as faixas permitidas para volume e receita ( $\pm 50\%$ ). Essa modificação busca testar a flexibilidade do modelo frente a maiores oscilações, o que pode facilitar a viabilidade da solução ao reduzir a rigidez das restrições. Prevê-se que um  $\alpha$  de 50% resulte em um VPL potencialmente maior, pois o modelo terá mais liberdade para otimizar a colheita, possivelmente elevando o volume médio anual acima da meta de 146.12 m<sup>3</sup> e a receita média além de R\$ 89,279.66. Contudo, isso pode aumentar os desvios médios e comprometer a estabilidade interanual, especialmente se as restrições de variação mínima e regeneração não forem suficientemente restritivas. Esses cenários serão comparados ao caso base ( $\delta = 8\%$ ,  $\alpha = 35\%$ ) para avaliar *trade-offs* entre lucratividade e sustentabilidade, com os resultados reais a serem apresentados posteriormente para validação das hipóteses levantadas. Desta forma, o VPL encontrado neste cenário foi de **R\$ 1,202,976.50**, aumento de **11.0%**. A Tabela 6 mostra os resultados obtidos neste cenário. A Figura 4 apresenta o gráfico de evolução do lucro ao longo dos anos para este segundo cenário de variação da tolerância de variação ( $\alpha$ ).

Tabela 6. Resultados anuais relativos à meta de volume com  $\alpha = 35\%$ .

Ano	Volume (m <sup>3</sup> )	Meta Volume (m <sup>3</sup> )	Receita (R\$)	Meta Receita (R\$)	Custo (R\$)	Lucro (R\$)	Desvio Volume (m <sup>3</sup> )
1	214.15	146.12	133919.49	89279.66	33782.45	100137.04	68.03
2	214.07	146.12	133919.49	89279.66	33789.37	100130.12	67.94
3	214.11	146.12	133919.49	89279.66	33789.61	100129.88	67.98
4	214.47	146.12	133919.49	89279.66	33792.25	100127.24	68.34

5	214.38	146.12	133919.49	89279.66	33827.31	100092.18	68.26
6	214.94	146.12	133919.49	89279.66	34169.17	99750.32	68.81
7	215.97	146.12	133919.49	89279.66	35036.46	98883.03	69.85
8	216.51	146.12	133919.49	89279.66	35196.38	98723.11	70.39
9	216.84	146.12	133919.49	89279.66	35247.54	98671.95	70.72
10	216.84	146.12	133919.49	89279.66	35367.9	98551.59	70.72
11	217.46	146.12	133919.49	89279.66	35421.43	98498.06	71.33
12	218.52	146.12	133919.49	89279.66	35506.63	98412.86	72.4
13	219.19	146.12	133919.49	89279.66	35757.69	98161.8	73.06
14	218.38	146.12	133919.49	89279.66	35824.12	98095.37	72.25
15	217.94	146.12	133919.49	89279.66	35888.5	98030.99	71.82
16	218.08	146.12	133919.49	89279.66	35935.64	97983.85	71.96
17	217.98	146.12	133919.49	89279.66	35998.71	97920.78	71.86
18	216.87	146.12	133919.49	89279.66	36047.86	97871.63	70.74
19	217.58	146.12	133919.49	89279.66	36188.17	97731.32	71.46
20	217.63	146.12	133919.49	89279.66	36235.88	97683.61	71.5
21	217.65	146.12	133919.49	89279.66	36254.14	97665.35	71.53
22	217.76	146.12	133919.49	89279.66	36289.46	97630.03	71.63
23	217.61	146.12	133919.49	89279.66	36306.28	97613.21	71.49
24	217.81	146.12	133919.49	89279.66	36356.17	97563.32	71.68
25	217.79	146.12	133919.49	89279.66	36420.29	97499.2	71.66
26	218.19	146.12	133919.49	89279.66	36447.46	97472.03	72.07
27	218.04	146.12	133919.49	89279.66	36449.1	97470.39	71.91
28	217.62	146.12	133919.49	89279.66	36458.68	97460.81	71.5
29	217.38	146.12	133919.49	89279.66	36459.01	97460.47	71.25
30	218.76	146.12	133919.49	89279.66	36495.17	97424.32	72.63

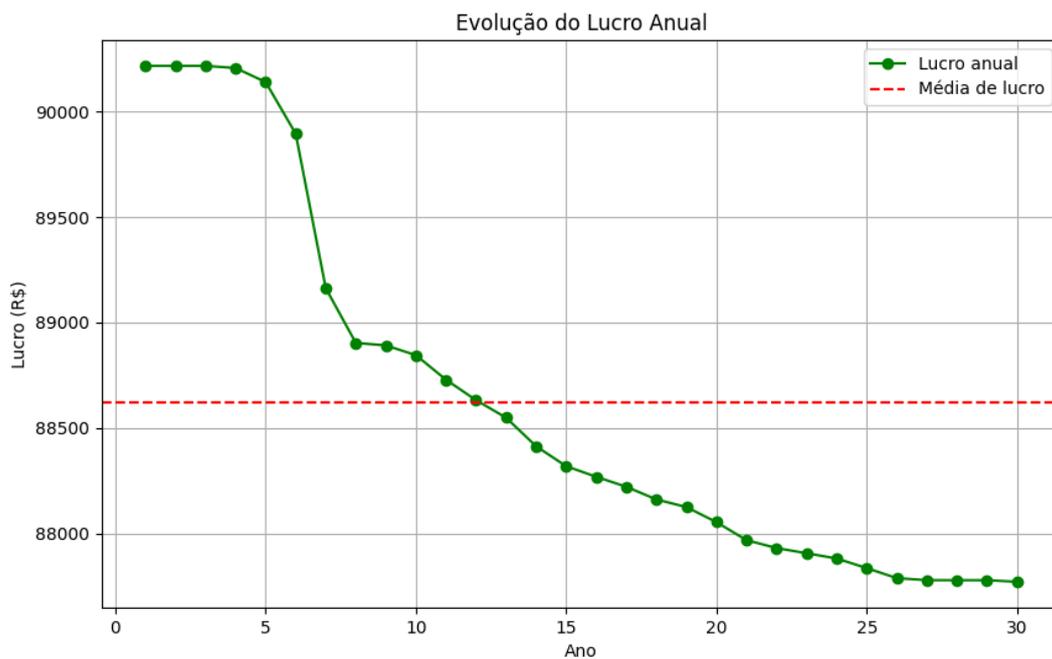


Figura 4. Gráfico de evolução do lucro ao longo dos anos variando a tolerância de variação ( $\alpha$ ).

## 6. Discussão

Os resultados obtidos indicam que o modelo de programação linear proposto conseguiu alocar de forma eficaz as frações de colheita entre as 184 Unidades de Produção (UPs) ao longo de 30 anos, alcançando um Valor Presente Líquido (VPL) ajustado de R\$ 1,083,902.46. O volume anual colhido, variando entre 192.41 m<sup>3</sup> e 197.27 m<sup>3</sup>, superou consistentemente a meta de 146.12 m<sup>3</sup>, com desvios médios em torno de 48.99 m<sup>3</sup>, refletindo a flexibilidade das faixas de  $\pm 35\%$ . A receita anual estabilizou-se em R\$ 120.527.54, acima da meta de R\$ 89,279.66, enquanto o lucro decresceu gradualmente de R\$ 90,216.21 no primeiro ano para R\$ 87,758.64 no último, acompanhado pelo aumento dos custos de R\$ 30,311.33 para R\$ 32,768.90. Essa tendência sugere um desgaste natural dos recursos ao longo do horizonte, mitigado pelas restrições de regeneração e exaustão, que limitaram a colheita total por UP a no máximo 100%.

Os achados alinham-se parcialmente com os estudos de Silva et al. (2018), que identificaram variações superiores a 50% entre UPs, um desafio que o modelo proposto aborda ao impor restrições de variação mínima (8%) e intensidade máxima (25% por ano). Diferentemente do modelo de *p*-medianas proposto por Silva et al. (2018), que exigiu alta complexidade computacional, a abordagem linear simples desse projeto provou ser viável, corroborando trabalhos como Galatsidas et al. (2013), que estabilizaram biomassa com PL dinâmico.

A principal força do modelo reside em sua simplicidade computacional e capacidade de integrar restrições ecológicas e econômicas, como períodos de regeneração e lucratividade mínima, oferecendo uma ferramenta prática para gestores florestais. A flexibilidade nas faixas de volume e receita permitiu adaptações realistas às condições amazônicas. Por outro lado, limitações incluem a ausência de custos logísticos variáveis e crescimento residual, que podem distorcer estimativas operacionais. As penalidades por desvios (0.05) e variações (0.02) são arbitrárias, possivelmente subestimando impactos reais, e o uso de variáveis contínuas ignora indivisibilidades práticas, sugerindo arredondamentos pós-otimização.

## **7. Conclusões e Recomendações**

O modelo proposto demonstrou ser uma solução eficaz para o manejo florestal sustentável na Amazônia, atingindo um VPL de R\$ 1,083,902.46 ao distribuir colheitas entre 184 UPs ao longo de 30 anos. Os volumes anuais (192.41 a 197.27 m<sup>3</sup>) superaram a meta de 146.12 m<sup>3</sup>, mantendo-se dentro das faixas flexíveis ( $\pm 35\%$ ), enquanto a receita média (R\$ 120,527.54) excedeu a meta (R\$ 89,279.66), com lucros decrescendo de R\$ 90,216.21 para R\$ 87,758.64 devido ao aumento de custos. As restrições de regeneração e variação mínima (8%) asseguraram sustentabilidade, embora os desvios médios (48.99 m<sup>3</sup>) indiquem espaço para ajustes.

Acadêmicamente, o trabalho valida a aplicabilidade de modelos lineares simples em problemas complexos de manejo florestal, oferecendo uma base para estudos futuros com dados amazônicos. Na prática, fornece uma ferramenta acessível para planejadores, suportando decisões informadas que equilibram economia e ecologia, com potencial de uso por cooperativas locais para prever volumes e receitas.

Recomenda-se incorporar custos logísticos variáveis e modelos de crescimento dinâmico para maior precisão, além de explorar abordagens inteiras ou não lineares para refletir indivisibilidades. A inclusão de objetivos multiobjetivo, como sequestro de carbono, poderia ampliar os benefícios econômicos. Testes adicionais com taxas de desconto e intensidades variáveis também podem otimizar o equilíbrio entre curto e longo prazo, adaptando o modelo a cenários específicos da região.

## 8. Referências

- ARORA, R.; SOWLATI, T.; MORTYN, J.; ROESER, D.; GRIESS, V. C. Optimization of forest harvest scheduling at the operational level, considering precedence relationship among harvesting activities. **International Journal of Forest Engineering**, v. 34, n. 1, p. 1–12, 2023.
- ASPVALL, B.; STONE, R. E. Khachiyan's linear programming algorithm. **Journal of Algorithms**, v. 1, n. 1, p. 1–13, 1980.
- BAILEY, R. L. A Compatible Volume-Taper Model Based On the Schumacher and Hall Generalized Constant Form Factor Volume Equation. **Forest Science**, v. 40, n. 2, p. 303–313, 1994.
- BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. **Linear Programming and Network Flows**. Wiley, 2009.
- BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. **Introduction to Linear Optimization**. 1st ed. Athena Scientific, 1997.
- DANTZIG, G. **Linear Programming and Extensions**. RAND Corporation, 1963.
- GALATSIDAS, S.; PETRIDIS, K.; ARABATZIS, G.; KONDOS, K. Forest Production Management and Harvesting Scheduling Using Dynamic Linear Programming (LP) Models. **Procedia Technology**, v. 8, p. 349–354, 2013.
- HIRIGOYEN, A.; ACUNA, M.; RACHID-CASNATI, C.; FRANCO, J.; NAVARRO-CERRILLO, R. Use of Optimization Modeling to Assess the Effect of Timber and Carbon Pricing on Harvest Scheduling, Carbon Sequestration, and Net Present Value of Eucalyptus Plantations. **Forests**, v. 12, n. 6, p. 651, 2021.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Produção da Extração Vegetal e da Silvicultura: 2023**. Rio de Janeiro, 2023.
- KARMAKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. **Combinatorica**, v. 4, n. 4, p. 373–395, 1984.
- REVELLE, C. S.; LOUCKS, D. P.; LYNN, W. R. Linear programming applied to water quality management. **Water Resources Research**, v. 4, n. 1, p. 1–9, 1968.
- SERVIÇO FLORESTAL BRASILEIRO. DAP  $\geq$  10 cm por UF – Inventário Florestal Nacional (IFN). Disponível em: <[https://dados.florestal.gov.br/pt\\_BR/dataset/dap-10-por-uf-ifn](https://dados.florestal.gov.br/pt_BR/dataset/dap-10-por-uf-ifn)>. Acesso em: 14/7/2025.
- SILVA, E. F.; SILVA, R. F.; VIEIRA, G. C.; et al. Planning of production units for native forest management areas in the Amazon. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias - Brazilian Journal of Agricultural Sciences**, v. 13, n. 1, p. 1–8, 2018.
- WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. **Management Science**, v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958.
- FAO – Food and Agriculture Organization of the United Nations. *Global Forest Resources Assessment 2015*. Rome: FAO, 2015.
- LENTINI, M.; VERÍSSIMO, A.; SOBRAL, L. *Fatores críticos para o manejo florestal comunitário na Amazônia*. Belém: IMAZON, 2005.
- PINHEIRO, A. B.; DIAS, H. C. T.; MELO, L. A. *Ciclos de corte em florestas tropicais: desafios, limites e propostas técnicas*. *Revista Árvore*, v. 46, e4641, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1590/1806-908820220000041>.
- SFB – SERVIÇO FLORESTAL BRASILEIRO. *Inventário Florestal Nacional – Acre*. Brasília: Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, 2024. Disponível em: <https://dados.florestal.gov.br>. Acesso em: 14 jul. 2025.

SILVA, E. F.; SILVA, R. F.; VIEIRA, G. C.; et al. Planning of production units for native forest management areas in the Amazon. *Revista Brasileira de Ciências Agrárias*, v. 13, n. 1, p. 1–8, 2018.

SOUZA JR., C. M.; ROBERTS, D. A.; COCHRANE, M. A. Combining spectral and spatial information to map canopy damage from selective logging and forest fires. *Remote Sensing of Environment*, v. 101, n. 3, p. 329–344, 2006.

VERÍSSIMO, A.; BARRETO, P.; MATTOS, M.; TARIFA, R.; UHL, C. Logging impacts and prospects for sustainable forest management in an old Amazonian frontier: the case of Paragominas. *Forest Ecology and Management*, v. 55, p. 169–199, 1995.

## 9. Apêndices e Anexos

### ANEXO: OTIMIZAÇÃO DO MANEJO FLORESTAL SUSTENTÁVEL NA AMAZÔNIA COM PROGRAMAÇÃO LINEAR

A presente seção apresenta os anexos referentes ao tratamento dos dados provenientes do IFN para o estado do Acre (Serviço Florestal Brasileiro (2024)), com base no arquivo “*dadosabertos\_snif\_dap\_10\_por\_uf\_ac\_2024\_sfb\_29052025.csv*” ([https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/dadosabertos\\_snif\\_dap\\_10\\_por\\_uf\\_ac\\_2024\\_sfb\\_29052025.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/dadosabertos_snif_dap_10_por_uf_ac_2024_sfb_29052025.csv)).

Os anexos incluem os códigos em Python utilizados para: o cálculo do volume de madeira; a organização dos dados do inventário de forma a obter a estimativa de preços por dos grupos de árvores, conforme as suas espécies em cada UP; e implementação do modelo de otimização linear do problema proposto neste projeto.

#### ANEXO A – CÓDIGO PYTHON VOLUME DE MADEIRA

Link de acesso ao *script* em Python

“anexo\_A\_calculo\_volume\_madeira.py”:

[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/anexo\\_A\\_calculo\\_volume\\_madeira.py](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/anexo_A_calculo_volume_madeira.py)

Link de acesso a

“*dadosabertos\_snif\_dap\_10\_por\_uf\_ac\_2024\_sfb\_29052025.csv*”:

[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/dadosabertos\\_snif\\_dap\\_10\\_por\\_uf\\_ac\\_2024\\_sfb\\_29052025.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/dadosabertos_snif_dap_10_por_uf_ac_2024_sfb_29052025.csv)

Output:

Tabela A. 1. Resumo do Inventário Florestal no Acre

Volume total estimado (m <sup>3</sup> )	17,828.47
Número total de árvores	27,835
Volume médio por hectare (m <sup>3</sup> /ha)	101.67
Densidade média de árvores por hectare	158.74

#### ANEXO B – CÓDIGO PYTHON ORGANIZAÇÃO DOS DADOS E ESTIMATIVA DE PREÇOS

Link de acesso ao *script* em Python

“anexo\_B\_organizacao\_dados\_estimativa\_precos.py”:

[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/anexo\\_B\\_organizacao\\_dados\\_estimativa\\_precos.py](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/anexo_B_organizacao_dados_estimativa_precos.py)

Link de acesso a

“*dadosabertos\_snif\_dap\_10\_por\_uf\_ac\_2024\_sfb\_29052025.csv*”:  
[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/dadosabertos\\_snif\\_dap\\_10\\_por\\_uf\\_ac\\_2024\\_sfb\\_29052025.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/dadosabertos_snif_dap_10_por_uf_ac_2024_sfb_29052025.csv)

Arquivos de output:

“*boletim\_madeira\_acre\_com\_precos.csv*”  
[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/boletim\\_madeira\\_acre\\_com\\_precos.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/boletim_madeira_acre_com_precos.csv)

“*valor\_total\_por\_up\_acre.csv*”  
[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/valor\\_total\\_por\\_up\\_acre.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/valor_total_por_up_acre.csv)

## **ANEXO C – CÓDIGO-FONTE PYTHON SOLUÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO LINEAR**

Link de acesso ao *script* em Python

“*anexo\_C\_modelo.py*”  
[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/anexo\\_C\\_modelo.py](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/anexo_C_modelo.py)

Link de acesso a

“*boletim\_madeira\_acre\_com\_precos.csv*”  
[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/boletim\\_madeira\\_acre\\_com\\_precos.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/boletim_madeira_acre_com_precos.csv)

Arquivo de output:

“*resultados\_manejo\_deterministic.csv*”  
[https://github.com/arthurmazevedo/PO\\_202\\_Projeto\\_Final/blob/main/resultados\\_manejo\\_deterministic.csv](https://github.com/arthurmazevedo/PO_202_Projeto_Final/blob/main/resultados_manejo_deterministic.csv)